Телепроект «МОЯ ШКОЛА в online»

ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ

МАТЕМАТИКА ПРОФИЛЬ

11 класс

Урок № 26

Отбор корней тригонометрического уравнения на отрезке

Васянин Сергей Иванович,
учитель математики
лицея «Вторая школа»

Что мы сегодня будем изучать?

Тригонометрическая окружность.
Способы отбора корней
Тригонометрического
уравнения на отрезке.
Задание 13 из профильного ЕГЭ.

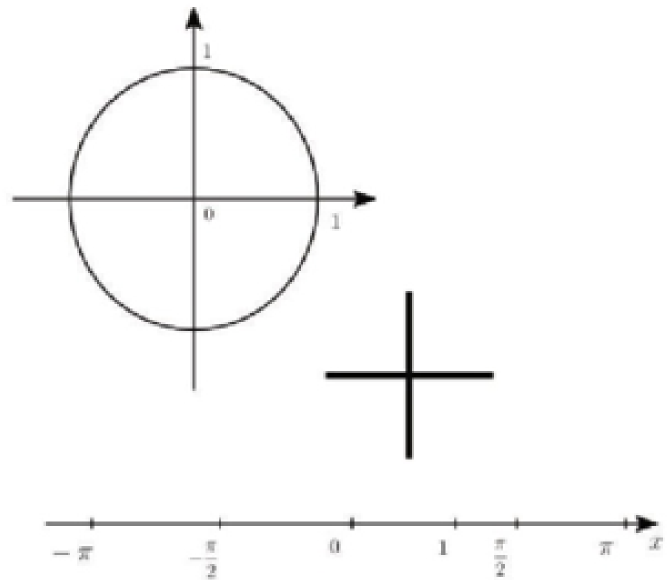
Определения

- Синусом угла α называется ордината точки, полученной поворотом точки (1;0) вокруг начала координат на угол α. Обозначается $\sin\alpha$. Угол α может выражаться как в градусах, так и в радианах.
- Косинусом угла α называется абсцисса точки, полученной поворотом точки (1;0) вокруг начала координат на угол α. Обозначается $\cos\alpha$. Угол α может выражаться как в градусах, так и в радианах.
- Тангенсом угла α называется отношение $sin\,\alpha$ к $cos\,\alpha$. Обозначается $tg\,\alpha$. Угол α может выражаться как в градусах, так и в радианах.
- Котангенсом угла α называется отношение $cos\,\alpha$ к $sin\,\alpha$. Обозначается $ctg\,\alpha$. Угол α может выражаться как в градусах, так и в радианах.

Определения

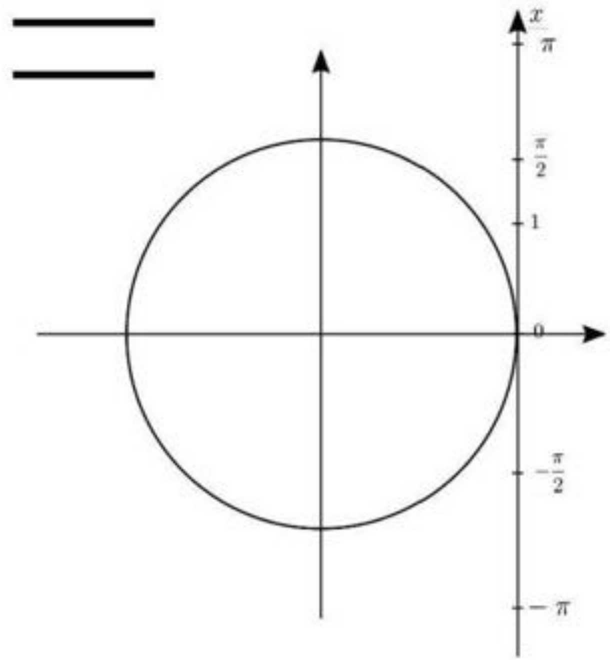
- Арксинусом числа m $(|m| \le 1)$ называется такое число α, что $\sin\alpha = m$ и $-\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \frac{\pi}{2}$. Арксинус числа m обозначают: $\arcsin m$.
- Арккосинусом числа m $(|m| \le 1)$ называется такое число α, что $\cos\alpha = m$ и $0 \le \alpha \le \pi$. Арккосинус числа m обозначают: $\arccos m$.
- Арктангенсом числа m называется такое число α, что $tg\,\alpha = m$ и $-\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Арктангенс числа m обозначают: $arctg\, m$.
- Арккотангенсом числа m называется такое число α, что $ctg\,\alpha = m$ и $0 < \alpha < \pi$. Арккотангенс числа m обозначают: $arcctg\, m$.

Как получается тригонометрическая окружность



Окружность единичного радиуса помещают в прямоугольную декартову систему координат так, чтобы точка (0;0) совпала с центром окружности. К ней добавляют координатную прямую с отмеченными значениями углов в радианной системе.

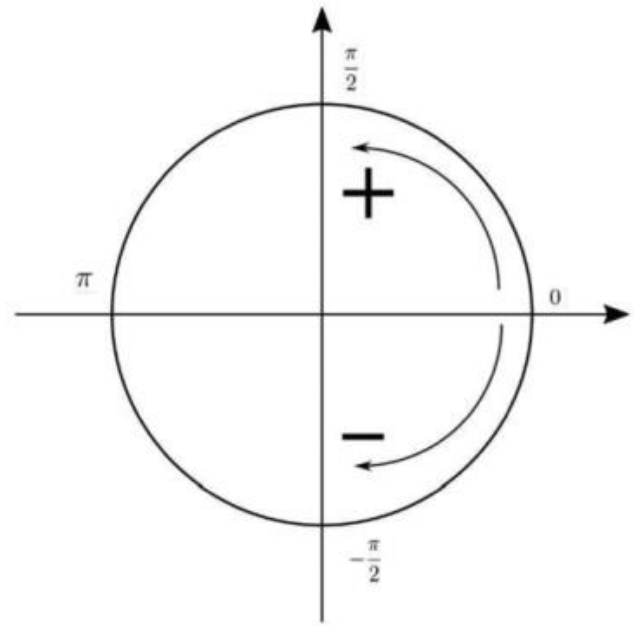
Как получается тригонометрическая окружность – 2



Затем величины углов в радианах переносят на окружность так, чтобы каждый из лучей координатной оси в своём направлении «накручивался» на окружность.

Тригонометрическая окружность

В результате
Получается
Тригонометрическая
Окружность
Следующего вида



Задание №1

а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \sin^2 x = 0,75$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$$

Задание №1

а) Решите уравнение

$$\cos 2x + \sin^2 x = 0,75$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$[\pi; \frac{5\pi}{2}]$$

Ответ:

а) $\pm\frac{\pi}{6} + 2\pi k; \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi k \in \mathbb{Z}$

Задание №2

а) Решите уравнение

$$\sin 2x = \sqrt{3}\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right).$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$[3\pi; 4\pi]$$

Задание №2

а) Решите уравнение

$$\sin 2x = \sqrt{3}\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right).$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$[3\pi; 4\pi]$$

Ответ:

а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n; -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Задание №3

а) Решите уравнение

$$\mathbf{2\sqrt{3}\cos^2\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)-\sin 2x=0.}$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$$

Задание №3

а) Решите уравнение

$$\mathbf{2\sqrt{3}\cos^2\left(\frac{3\pi}{2}+x\right)-\sin 2x=0.}$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$$

Ответ:

а) $\boldsymbol{\pi k, k} \in \mathbb{Z}; \frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{6}} + \boldsymbol{\pi n}, \mathbf{n} \in \mathbb{Z}$

Задание №4

а) Решите уравнение

$$4\sin^3 x = \cos\left(x - \frac{5\pi}{2}\right).$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащиеотрезку

$$\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$$

Задание №4

а) Решите уравнение

$$4\sin^3 x = \cos\left(x - \frac{5\pi}{2}\right).$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащиеотрезку

$$\left[\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$$

Ответ:

а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Задание №5

а) Решите уравнение

$$\frac{\sin x}{\cos^2(\frac{x}{2})} = 4\sin^2(\frac{x}{2})$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащиеотрезку

$$[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$$

Задание №5

а) Решите уравнение

$$\frac{\sin x}{\cos^2(\frac{x}{2})} = 4\sin^2(\frac{x}{2})$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащиеотрезку

$$[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$$

Ответ:

а) $2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{2} + 2\pi t,\ t \in \mathbb{Z}$

Задание №6

а) Решите уравнение

$$\sin x + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\sin 2x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-\frac{7\pi}{2}; 2\pi\right]$$

Задание №6

а) Решите уравнение

$$\sin x + 2\sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}\sin 2x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-\frac{7\pi}{2}; 2\pi\right]$$

Ответ:

а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Задание №7

а) Решите уравнение

$$2\sin^2 x + \sqrt{2}\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \cos x.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$[-2\pi; \frac{\pi}{2}]$$

Задание №7

а) Решите уравнение

$$2\sin^2 x + \sqrt{2}\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \cos x.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$[-2\pi; \frac{\pi}{2}]$$

Ответ:

а) $\pi k, k \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{6} + 2\pi n; -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

Материалы, рекомендованные к самостоятельному повторению

1. Открытый банк заданий ЕГЭ
https://fipi.ru/ege/otkrytyy-bank-zadaniy-ege

2. Образовательный портал «СДАМ ГИА. Решу ЕГЭ»
https://ege.sdamgia.ru/

3. Книги и пособия по профильной математике под редакцией И.В. Ященко и А.В. Семенова