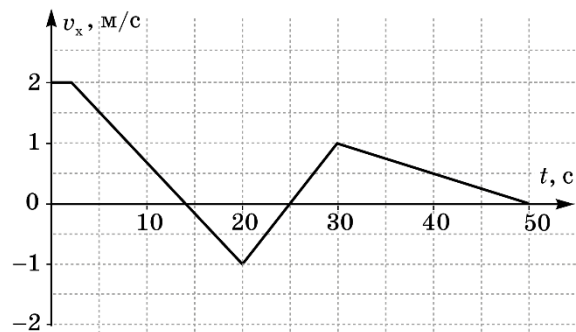


10.2 В разнос. Частица движется в плоскости x, y . Ее скорость вдоль оси y увеличивается от нулевой с постоянным ускорением $a_y = 0,10 \text{ м/с}^2$, а вдоль оси x изменяется так, как показано на рисунке. Найдите максимальные значения модулей ускорения и скорости частицы.



Возможное решение

Ускорение частицы можно выразить через его проекции: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$. Так как a_y не изменяется, то максимум ускорения достигается на участке с 20 с по 30 с, где проекция a_x максимальна и равна $0,20 \text{ м/с}^2$. Тогда $a_{\text{макс}} = 0,22 \text{ м/с}^2$.

Скорость частицы вдоль оси y изменяется по закону $v_y = 0,1t$, здесь и далее для удобства используются численные коэффициенты, выраженные в единицах измерения СИ. Так как модуль скорости, выраженный через ее проекции равен: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, то поиск его максимума, сведется к поиску максимума подкоренного выражения. Участок с 10 по 30 с, заведомо нас не интересует, так как в момент $t = 30 \text{ с}$, проекция скорости на ось x не меньше, а на ось y точно больше.

Подробнее рассмотрим участок с 30 с по 50 с. На нем $v_x = 2,5 - 0,05t$. Нужно найти в какой момент времени выражение $v^2 = (0,1t)^2 + (2,5 - 0,05t)^2 = 0,0125t^2 - 0,25t + 0,0625$ достигает максимального значения. ~~Возьмем производную :-)~~ ... Выделяя полный квадрат, либо пользуясь алгебраической формулой для положения вершины параболы, получим, что скорость частицы минимальна в момент времени $t = 10 \text{ с}$ (в предположении, что характер изменения скорости все время был таким же как на участке с 30 с по 50 с). Следовательно, на интересующем нас участке модуль скорости только увеличивается и достигает значения 5 м/с в момент времени 50 с .

Остается лишь убедиться, что скорость не принимает больших значений на интервале от 0 до 10 с. Оценим сверху максимально возможное значение в предположении, что скорость по оси x осталась равной 2 м/с , а по оси y успела вырасти до 1 м/с . Даже тогда она не превысит $2,2 \text{ м/с}$, что меньше 5 м/с . Окончательно, $v_{\text{макс}} = 5,0 \text{ м/с}$.

Критерии оценивания

- | | |
|---|---------|
| 1. Записано выражение для ускорения тела через его проекции | 1 балл |
| 2. Найден участок с максимальной проекцией a_x | 2 балла |
| 3. Найдено максимальное ускорение | 1 балл |
| 4. Записано выражение для скорости тела через его проекции | 1 балл |
| 5. Проанализирована скорость на участке с 30 по 50 с | 2 балла |
| (если не приведено обоснование, доказывающее максимальность найденных скоростей, то за этот и дальнейшие пункты баллы не ставятся!) | |
| 6. Проанализирована скорость на начальном участке движения | 1 балл |
| 7. Найдено максимальное значение скорости | 2 балла |