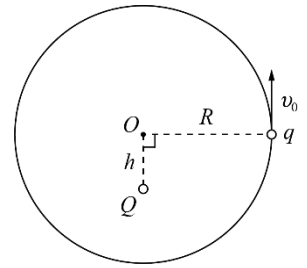


11.4. Властелин кольца (бусинка). Маленькая бусинка массой m и зарядом $+q$ может скользить без трения по непроводящему незаряженному кольцу радиусом R . В плоскости кольца, на расстоянии h от центра кольца ($h < R$) закреплён заряд $+Q$. В начальный момент (см. рис.) скорость бусинки равна v_0 .



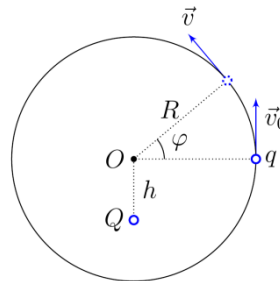
- Какой максимальной скоростью будет обладать бусинка в процессе движения?
- На каком расстоянии от заряда Q она будет находиться в этот момент?
- С какой силой при этом кольцо действует на бусинку?
- При какой начальной скорости бусинка сделает полный оборот?

Силой тяжести пренебречь. Кольцо неподвижно.

Возможное решение

Бусинка будет увеличивать скорость до тех пор, пока не окажется в верхней точке кольца, поскольку касательная к траектории проекция сил будет равна нулю, а потенциальная энергия взаимодействия зарядов минимальна.

Рассмотрим промежуточное положение бусинки, как показано на рисунке.



Энергия системы сохраняется, значит

$$\frac{kqQ}{\sqrt{R^2 + h^2}} + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{kqQ}{\sqrt{R^2 + h^2 + 2Rh \sin \varphi}} + \frac{mv^2}{2}$$

откуда

$$v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2kqQ}{m} \left(\frac{1}{\sqrt{R^2 + h^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + h^2 + 2Rh \sin \varphi}} \right)}$$

Максимальное значение v будет при $\varphi = 90^\circ$

$$v_{\max} = \sqrt{v_0^2 + \frac{2kqQ}{m} \left(\frac{1}{\sqrt{R^2 + h^2}} - \frac{1}{R + h} \right)}$$

По III закону Ньютона сила нормальной реакции со стороны кольца, равная по модулю искомой силе давления бусинки на кольцо:

$$N = \frac{mv_{\max}^2}{R} + \frac{kqQ}{(R + h)^2}$$

Потенциальная энергия взаимодействия двух одноимённых зарядов максимальна при минимальном расстоянии между ними, то есть в нижней точке кольца. Начальной кинетической энергии должно хватить хотя бы для того, чтобы бусинка достигла нижней

точке и находилась в неустойчивом равновесии, то есть скорость бусинки должна быть в нижней точке равна нулю:

$$\frac{kqQ}{\sqrt{R^2 + h^2}} + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{kqQ}{R - h}$$

Откуда

$$v_{crit} = \sqrt{\frac{2kqQ}{m} \left(\frac{1}{R - h} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + h^2}} \right)}$$

Критерии оценивания.

1. Нахождение точки, в которой скорость будет максимальной	2 балла
2. Записан закон сохранения энергии	1 балл
3. Получено выражение для максимальной скорости	1 балл
4. Записан второй закон Ньютона	1 балл
5. Получено выражение для силы нормальной реакции	1 балл
6. Указано, что сила нормальной реакции равна искомой силе	1 балл
7. Сформулировано условие совершения полного оборота	1 балл
8. Записан закон сохранения энергии	1 балл
9. Получено выражение для искомой минимальной скорости	1 балл

Примечания к критериям.

- 1) Правильно решённая неавторским методом задача оценивается в 10 баллов.