

**На Луне.** В горизонтальном цилиндре находятся два одинаковых подвижных поршня с пружинами, отличающимися по жёсткости в 2 раза. Когда между поршнями газа нет, пружины не деформированы (Рис. 1). В пространство между поршнями закачивают идеальный газ. Через некоторое время расстояние между поршнями стало равным  $l_0 = 6$  см (Рис. 2). Определите, на сколько сместится каждый поршень, если температуру газа медленно увеличить в 2 раза. Трения в системе нет. Атмосферным давлением на Луне пренебречь.

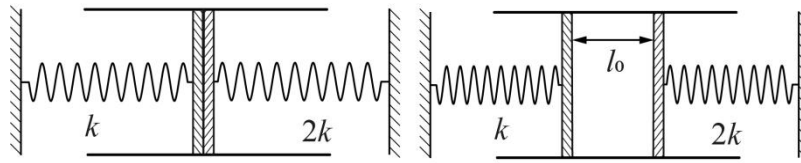


Рис. 1

Рис. 2

### Возможное решение.

В состоянии механического равновесия сила давления газа на поршень равна силе упругости пружины (для каждого поршня). Значит деформация более жёсткой пружины всегда в 2 раза меньше деформации менее жёсткой.

$$\Delta x_k = 2\Delta x_{2k}$$

В состоянии на рис. 2. суммарная деформация пружин равна  $l_0 = 6$  см. Параметры газа ( $P_0$ ,  $V_0$ ,  $T_0$ ) для этого состояния описываются уравнениями:

$$\begin{cases} P_0 S = 2k\Delta x \\ V_0 = Sl_0 \\ P_0 V_0 = \nu RT_0 \end{cases} \quad [1]$$

где  $k$  - жёсткость слабой пружины,  $\Delta x$  - деформация пружины  $2k$ ,  $S$  - площадь поршней,  $\nu$  - количество газа. Так как полная деформация пружин  $\Delta x + 2\Delta x = l_0$ , то  $\Delta x = \frac{l_0}{3}$ .

После увеличения температуры в 2 раза параметры газа ( $P$ ,  $V$ ,  $T$ ) будут описываться уравнениями:

$$\begin{cases} PS = 2k(\frac{l_0}{3} + \frac{\Delta l}{3}) \\ V = S(l_0 + \Delta l) \\ PV = 2\nu RT_0 \end{cases} \quad [2]$$

где  $\Delta l$  - изменение расстояния между поршнями.

Подставим выражения да давлений и объёмов в  $PV = 2P_0V_0$  и получим квадратное уравнение для  $\Delta l$ :

$$\frac{2}{3}\Delta l^2 + \frac{4}{3}l_0\Delta l - \frac{2}{3}l_0^2 = 0 \quad [3]$$

Его решением являются 2 корня  $\Delta l = l_0(-1 \pm \sqrt{2})$  из которых нас интересует только положительный. С учётом того, что  $\Delta l$  - это суммарное смещение поршней, а сами смещения связаны соотношением  $\Delta x_k = 2\Delta x_{2k}$ , получим

$$\Delta x_k = \frac{2l_0(\sqrt{2}-1)}{3} \approx 1,66 \text{ см}$$

$$\Delta x_{2k} = \frac{l_0(\sqrt{2}-1)}{3} \approx 0,83 \text{ см}$$

### Критерии оценивания.

- |  |         |
|--|---------|
| 1) Получена связь удлинений пружин             | 1 балл  |
| 2) Записаны уравнения системы [1]              | 3 балла |
| по 1 баллу за каждое уравнение.                |         |
| 3) Записаны уравнения системы [2]              | 3 балла |
| по 1 баллу за каждое уравнение.                |         |
| 4) Получено уравнение [3]                      | 1 балл  |
| 5) Найдена $\Delta l$ (численно или формульно) | 1 балл  |
| 6) Найдены смещения пружин (численно)          | 1 балл  |
| по 0,5 баллов за каждое смещение.              |         |

### Примечания к критериям.

- 1) Правильно решённая неавторским методом задача оценивается в 10 баллов.
- 2) Распределение баллов при альтернативном решении должно быть таким:
 

а) Получение системы уравнений достаточных для решения задачи	7 баллов
б) Аналитическое решение системы	2 балла
в) Численный ответ	1 балл