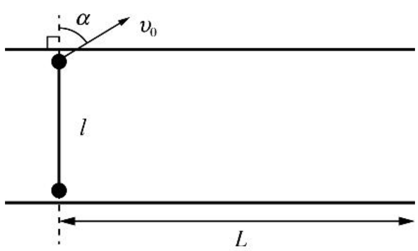
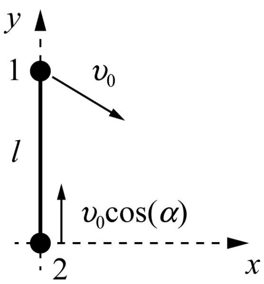
1. **В туннеле.** На горизонтальной поверхности на расстоянии l друг от друга расположены две параллельные вертикальные стенки. У противоположных стенок лежат два одинаковых маленьких шарика, связанные слабо натянутой нитью. Зазор между шариками и стенками мал. Нить, соединяющая шарики, перпендикулярна стенкам. Шарики находятся на расстоянии $L \gg l$ от краёв стенок. На шарик 1 воздействуют «щелчком» (коротким импульсом силы), в результате чего он приобретает скорость v_0, направленную под углом α к нити ($\mathrm{tg}\,\alpha = 2$). Соударения шариков со стенками абсолютно упругие. Трение в системе отсутствует. Нить лёгкая и нерастяжимая.
   1) Найдите скорость v_{20} шарика 2 сразу после «щелчка».
   2) Через какое время t_1 нить вновь окажется натянутой?
   3) Через какое время t_2 шарики достигнут правого края стенок?



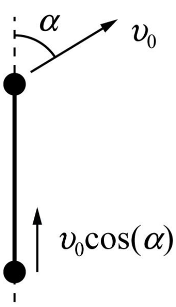
Возможное решение.

Сразу после «щелчка» нерастяжимая нить обеспечит равенство проекций скоростей шариков на направление вдоль нити. А так как на нижний шарик действовала только сила натяжения, то у него будет только эта продольная компонента скорости:

$v_{20} = v_0 \cos(\alpha)$



Через малый промежуток времени верхний шарик упруго отразится от стенки и поменяет знак у продольной составляющей скорости. Дальше оба шарика полетят равномерно до следующего удара о стенку или натяжения нити. Введём систему координат и запишем уравнения движения шариков:



$$\begin{cases} y_2 = \upsilon_0 \cos(\alpha) t \\ y_1 = l - \upsilon_0 \cos(\alpha) t \\ x_1 = \upsilon_0 \sin(\alpha) t \end{cases}$$

Раньше наступит момент натяжения. Это легко показать: когда второй шарик дойдёт до стенки, первый также окажется у стенки (y-компоненты скорости одинаковы по модулю), но также первый шарик сместится по x. Значит расстояние будет больше l.

В интересующий нас момент расстояние между шариками опять станет l:

$$l^2 = (l - 2\upsilon_0 \cos(\alpha) t_1)^2 + (\upsilon_0 \sin(\alpha) t_1)^2$$

$$t_1 = \frac{4l\cos(\alpha)}{\upsilon_0 (1 + 3\cos^2(\alpha))}$$

На систему из двух шариков действуют внешние силы (от стенок) обладающие только y-компонентами. Значит, центр масс системы движется равномерно вдоль оси x со скоростью

$$\upsilon_{\text{цм}} = \upsilon_0 \sin(\alpha)$$

Считая, что шарики достигнут края почти одновременно ($L \gg l$) найдём время t_2:

$$t_2 = \frac{L}{\upsilon_{\text{цм}}} = \frac{L}{\upsilon_0 \sin(\alpha)}$$

Критерии оценивания.

1) Применено условие нерастяжимости нити и найдена продольная компонента	1 балл
2) Доказано, отсутствие поперечной компоненты скорости $\upsilon_{20} = \upsilon_0 \cos(\alpha)$	1 балл
3) Показано, что момент натяжения наступит раньше ударов о стенку	1 балл
4) Записана система уравнений движения	2 балла
5) Записано условие натяжения нити	1 балл
6) Правильно найдено t_1	1 балл
7) Обосновано постоянство x-компоненты скорости центра масс	1 балл
8) Указано, что шарики вылетят почти одновременно	1 балл
9) Правильно найдено t_2	1 балл

Примечания к критериям.

1) Правильно решённая неавторским методом задача оценивается в 10 баллов.

2) Если t_1 находилось через смену системы отсчёта, то п.4 критериев следует интерпретировать, как наличие уравнений достаточных для решения этой подзадачи.