При проверке олимпиадной работы руководствуйтесь критериями оценивания, приведёнными ниже после решения каждой из задач. Если какие-то пункты критериев в явном виде отсутствуют, но в дальнейшем решении используются, то они должны быть засчитаны. При этом проверяющий имеет право ставить неполный балл за действие, обозначенное в критериях, если оно выполнено учащимся частично.

Каждая задача (независимо от уровня сложности) оценивается из 10 баллов.

Предложенные учениками решения задач могут быть правильными, даже если эти решения кардинально отличаются от авторских! В этом случае рекомендуется придерживаться следующих критериев оценивания:

0 баллов – если ученик не приступал к решению задачи или приступил, но никаких разумных соображений не привёл;

1 - 5 баллов – если ученик написал разумные соображения, уравнения и рисунки, но полную систему уравнений для решения задачи составить не смог;

6 - 8 баллов – ученик понял физику решения, составил полную систему уравнений, необходимую для решения задачи, но довести решение системы до конца не смог;

9 баллов – ученик решил правильно задачу в общем виде (получил буквенный ответ), но сделал математические ошибки в окончательных вычислениях;

10 баллов – задача решена полностью (при этом способ решения, предложенный учеником, может кардинально отличаться от авторского).

10 класс

Задача 1. Двойная порция со льдом. В калориметр поместили лёд при t_0 = 0 °C и затем добавили порцию воды при температуре t = 24 °C. В результате температура содержимого стала равной t_1 = 7 °C. Определите:

1) отношение массы порции воды к начальной массе льда;
2) какая температура t_2 установится в калориметре, если налить ещё такую же порцию воды?

Удельная теплоёмкость воды c = 4200 Дж/(кг·°C), удельная теплота плавления льда λ = 330 кДж/кг.

Теплоёмкость калориметра пренебрежимо мала.

Возможное решение.

Охлаждение порции воды массы M от t = 24 °C до t_1 = 7 °C приводит к плавлению льда массы m с последующим нагреванием растаявшей воды до t_1 = 7 °C. Уравнение теплового баланса:

$$m(\lambda + c(t_1 - t_0)) + cM(t_1 - t) = 0.$$ **(3 балла)**

Отношение масс:

$$k = \frac{M}{m} = \frac{\lambda + c(t_1 - t_0)}{c(t - t_1)} \approx 5.$$ **(2 балла)**

Охлаждение порции воды массы M от t = 24 °C до t_2 приводит к нагреванию воды массы $m + M$ от t_1 = 7 °C до t_2. Уравнение теплового баланса:

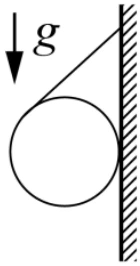
$$(m + M)c(t_2 - t_1) + cM(t_2 - t) = 0/$$ **(2 балла)**

Получаем выражение для t_2:

$$t_2 = \frac{Mt + (m + M)t_1}{2M + m} = \frac{kt + (k+1)t_1}{2k+1} \approx 14{,}7\,°\mathrm{C}.$$ **(3 балла)**

(2 балла за правильное выражение, и 1 балл за попадание численного ответа в диапазон 14,5 - 15,0 ℃).

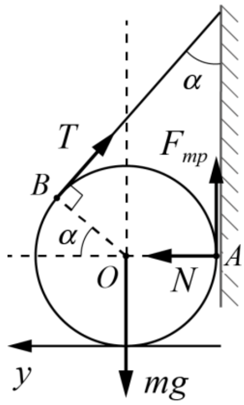
Задача 2. Статика. На катушку массой m и радиусом R намотан лёгкий трос, свободный конец которого прикреплён к вертикальной стене (см. рис.). При каком минимальном коэффициенте трения со стеной катушка будет находиться в покое?



Ускорение свободного падения g. Некоторые данные в задаче могут быть лишними. Положение троса на рисунке изображено условно.

Возможное решение.

На катушку действуют три силы (см. рис.): сила тяжести mg, сила натяжения нити T нормальная реакция опоры N и сила трения покоя $F_{\text{тр}}$. (проекции полной реакции опоры).



На рисунке расставим действующие в системе силы.

(3 балла за рисунок):

У каждой силы должна быть правильная точка приложения (0,5 балла) и направление (0,5 балла). *N* и *F*$_{\text{тр}}$ оцениваются вместе, то есть 0,5 балла за общую точку приложения *A* и 0,5 балла за 2 верных направления.

При минимальном коэффициенте трения сила трения должна быть μN. **(1 балл)**.

Запишем правило моментов относительно точки O (R - радиус катушки):

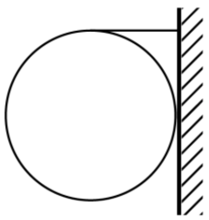
$$TR = F_{тр}R \to T = \mu N\ .$$ **(2 балла)**

Запишем условие равновесия катушки в проекциях сил на ось y:

$$N = T\sin\alpha\ .$$ **(1 балл)**

Значит $\mu = 1/\sin(\alpha)$, **(1 балл)**

а $\mu_{\min} = 1$ при $\alpha = 90°$ (см. рис.). **(1 балл)**



Примечание: При альтернативных решениях за рисунок с правильной расстановкой сил ставится **(3 балла)**

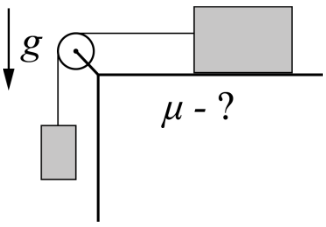
За обоснованную замену $F_{\text{тр}} = \mu N$ ставится **(1 балл)**

За любое правильное уравнение на проекции сил/моментов даётся **1 балл**. (максимум в сумме **3 балла**).

За выражение μ через угол α **(2 балла)**

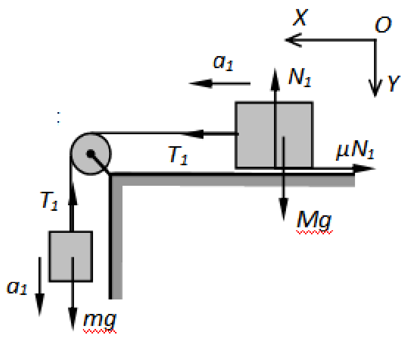
За минимизацию μ **(1 балл)**

Задача 3. Ускорения. В системе, показанной на рисунке, тела из одинакового материала



смещаются на L_1 = 0,5 м за Δt = 0,5 с. Если их поменять местами, то они сместятся за то же время на L_2 = 0,6 м. Найдите коэффициент трения μ между телом и горизонтальной поверхностью стола. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2. Блок лёгкий, нить невесомая и нерастяжимая. Трения в оси нет.

Возможное решение.



Пусть m и M – массы тел, T_1 – сила натяжения нити, а N_1 – сила нормальной реакции опоры. Пусть $F_1 = \mu N_1$ – сила трения, действующие на тело массой M. Расставим силы (см. рис.)

(1 балл за рисунок, если правильно расставлены все силы и ускорения)

Записывая уравнения второго закона Ньютона в проекциях на оси OX и OY (см. рис.) для каждого из тел системы в случаях, описанных в условии задачи, приходим к системе уравнений:

$$\begin{cases} ma_1 = mg - T_1, \\ Ma_1 = T_1 - \mu N_1, \\ Mg - N_1 = 0, \end{cases}$$ **(3 балла)**

(**по 1 баллу за каждое уравнение**).

Решая эту систему, получим выражение для ускорения:

$$a_1 = g\frac{m - \mu M}{m + M}.$$ **(1 балл)**

Аналогично, для второй ситуации:

$$a_2 = g\frac{M - \mu m}{M + m}.$$ **(1 балл)**

Из этих двух уравнений выразим коэффициент трения:

$$\mu = 1 - \frac{a_1 + a_2}{g}.$$ **(2 балла)**

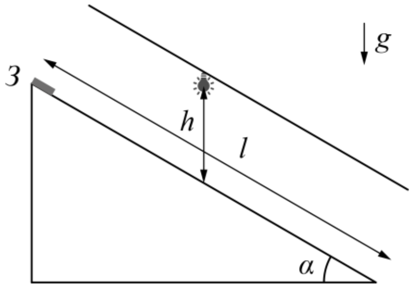
С другой стороны, ускорения можно найти из условия равноускоренного движения:

$$a_1 = \frac{2L_1}{\Delta t^2}, \quad a_2 = \frac{2L_2}{\Delta t^2}.$$ **(1 балл)**

получаем окончательную формулу:

$$\mu = 1 - 2\frac{L_1 + L_2}{g\Delta t^2} = 0{,}12.$$ **(1 балл)**

Задача 4. Скорость света. Над серединой гладкой плоскости длиной $l = 5$ м с углом наклона α = 30º на высоте h = 1 м на потолке параллельном плоскости закреплена лампочка (см. рис.). С вершины плоскости без начальной скорости начинает скользить небольшое зеркало (*З*). Определите скорость изображения лампочки и скорость светового «зайчика» на потолке в момент, когда зеркало проезжает под лампочкой. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2.



Возможное решение

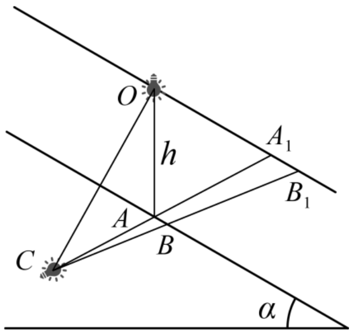
Найдём скорость зеркала в интересующий нас момент. Используем ЗСЭ (можно решать и через динамику/кинематику):

$$\frac{m\upsilon^2}{2} = mg\Delta h = mg\left(\frac{l}{2}\sin\alpha\right).$$ **(2 балла)**

откуда скорость:

$$\upsilon = \sqrt{gl\sin\alpha} = 5 \text{ м/с}.$$ **(1 балл)**

Так как при движении плоскость зеркала не изменяет своего положения, а источник неподвижен, то скорость изображения лампы равна 0. **(2 балла)**



Рассмотрим малое смещение зеркала на *AB*, которое приводит к изменению отражённого луча OAA_1 на OBB_1, что фактически является поворотом луча относительно *C* на малый угол *ACB*. **(1 балл)**

С другой стороны, этот малый угол можно выразить и через смещение зайчика A_1A_2:

Треугольники *ABC* и $A_1B_1C_1$ подобны по 3-м углам. **(1 балл)**

Так как *OA* = *AC* (по свойству изображения в плоском зеркале) и $OA = AA_1$ (углы в треугольнике OAA_1 по 60 градусов), то коэффициент подобия треугольников *ABC* и $A_1B_1C_1$ равен 2. **(2 балла)**

Значит перемещение «зайчика» A_1B_1 = 2*AB*, а скорость «зайчика» во столько же раз больше скорости зеркала: $u = 2\upsilon \approx 10$ м/с. **(1 балл)**

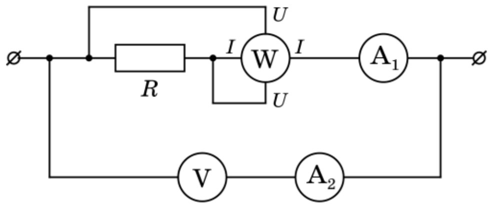
Примечание. Поскольку наклонная плоскость параллельна потолку, мы делаем вывод, что треугольники ACB и A_1CB_1 подобны, причём их высоты относятся как 1 : 2. **(2 балла)**

Следовательно, так же относятся и основания этих треугольников

$$AB : A_1B_1 = 1 : 2.$$ **(2 балла)**

Значит и скорость зеркала относится к скорости «зайчика» как 1 : 2. Следовательно, скорости зеркала: $u = 2\upsilon \approx 10$ м/с. **(1 балл)**

Задача 5. What?!meter. Цепь, схема которой приведена на рисунке, состоит из резистора, двух одинаковых амперметров A_1 и A_2, вольтметра V и ваттметра W. Ваттметр представляет из себя комбинацию двух приборов: идеального амперметра (подключенного к клеммам «I») и идеального вольтметра (подключенного к клеммам «U»), произведение показаний которых пересчитывается в мощность.



В одном из экспериментов ваттметр показал мощность P = 0,15 Вт; первый амперметр ─ силу тока I_1 = 0,3 А; второй амперметр ─ силу тока I_2 = 0,2 А; вольтметр ─ напряжение U = 0,6 В. Определите сопротивление амперметров R_A, вольтметра R_V и резистора R.

Возможное решение

Сила тока, протекающего через амперметре A_1 и резистор, одна и та же **(1 балл)**
(в ваттметре разветвления тока на идеальном вольтметре не происходит).

Тогда напряжение на резисторе $U_R = \dfrac{P}{I_1} = 0{,}5\,\text{В}$. **(2 балла)**

Сопротивление резистора $R = \dfrac{P}{I_1^2} = \dfrac{U_R}{I_1} \approx 1{,}7\ \text{Ом}$. **(2 балла)**

Сопротивление вольтметра $R_V = \dfrac{U}{I_2} = 3\,\text{Ом}$. **(1 балл)**

Приравняем падения напряжения в верхней и нижней ветках:

$$U + I_2 R_A = U_R + I_1 R_A$$ **(2 балла)**

и найдём сопротивление амперметров $R_A = \dfrac{U - U_R}{I_1 - I_2} = 1{,}0\ \text{Ом}$. **(2 балла)**