При проверке олимпиадной работы руководствуйтесь критериями оценивания, приведёнными ниже после решения каждой из задач. Если какие-то пункты критериев в явном виде отсутствуют, но в дальнейшем решении используются, то они должны быть засчитаны. При этом проверяющий имеет право ставить неполный балл за действие, обозначенное в критериях, если оно выполнено учащимся частично.

Каждая задача (независимо от уровня сложности) оценивается из 10 баллов.

Предложенные учениками решения задач могут быть правильными, даже если эти решения кардинально отличаются от авторских! В этом случае рекомендуется придерживаться следующих критериев оценивания:

0 баллов – если ученик не приступал к решению задачи или приступил, но никаких разумных соображений не привёл;

1 - 5 баллов – если ученик написал разумные соображения, уравнения и рисунки, но полную систему уравнений для решения задачи составить не смог;

6 - 8 баллов – ученик понял физику решения, составил полную систему уравнений, необходимую для решения задачи, но довести решение системы до конца не смог;

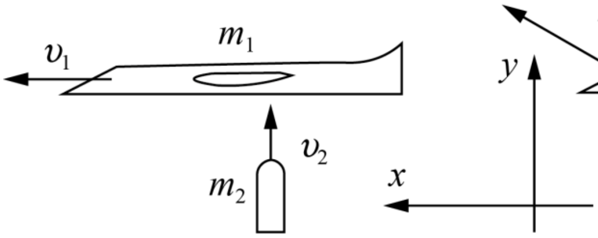
9 баллов – ученик решил правильно задачу в общем виде (получил буквенный ответ), но сделал математические ошибки в окончательных вычислениях;

10 баллов – задача решена полностью (при этом способ решения, предложенный учеником, может кардинально отличаться от авторского).

11 класс

Задача 1. ПВО. Беспилотный летательный аппарат (БПЛА) массой m_1 = 300 кг, летящий горизонтально со скоростью υ_1 = 200 м/с, на подлёте к охраняемой территории попал под огонь зенитной артиллерии. Подлетевший вертикально со скоростью υ_2 = 300 м/с снаряд массой m_2 = 20 кг застрял в БПЛА. Определите количество теплоты Q выделившееся в результате попадания.

Возможное решение.



Так как взаимодействие снаряд-БПЛА произошло очень быстро, действием силы тяжести и подъёмной силой пренебрежём. **(1 балл)**

Запишем закон сохранения энергии и импульса (в проекциях на оси):

$$\begin{cases} m_1\upsilon_1^2/2 + m_2\upsilon_2^2/2 = (m_1+m_2)(\upsilon_{3x}^2+\upsilon_{3y}^2)/2 + Q \\ m_1\upsilon_1 = (m_1+m_2)\upsilon_{3x} \\ m_2\upsilon_2 = (m_1+m_2)\upsilon_{3y} \end{cases}$$

(6 баллов)

(по 2 балла за уравнение)

Из записанных уравнений найдём компоненты конечной скорости:

$$\upsilon_{3x} = \frac{m_1\upsilon_1}{(m_1+m_2)} = 187{,}5\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\upsilon_{3y} = \frac{m_2\upsilon_2}{(m_1+m_2)} = 18{,}75\frac{\text{м}}{\text{с}}$$

(2 балла)

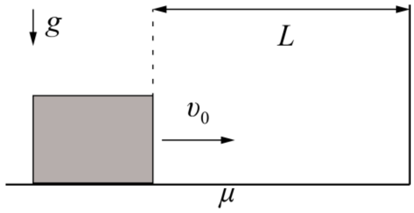
(по 1 баллу за уравнение)

Искомое количество теплоты:

$$Q = \frac{m_1\upsilon_1^2}{2} + \frac{m_2\upsilon_2^2}{2} - \frac{(m_1+m_2)(\upsilon_{3x}^2+\upsilon_{3y}^2)}{2} \approx 1{,}22\,\text{МДж}.$$

(1 балл)

Задача 2. Туда и обратно. Бруску, находившемуся на горизонтальной поверхности на расстоянии L = 1,5 м от стены, сообщили скорость υ_0 в направлении стены, при столкновении с которой он потерял 50% своей кинетической энергии перед ударом. Определите минимальную скорость υ_0, при которой брусок сможет вернуться в исходную точку. Коэффициент трения между бруском и поверхностью μ = 0,1. Ускорение свободного падения g = 10 м/с^2.



Возможное решение.

Начальная кинетическая энергия бруска $\dfrac{m\upsilon_0^2}{2}$ **(1 балл)**

уменьшается за счёт работы силы трения

$$|A| = F_{тр}S = \mu mgL.$$ **(2 балла)**

Энергия бруска перед ударом:

$$E_1 = \frac{m\upsilon_0^2}{2} - \mu mgL.$$ **(1 балл)**

После столкновения со стенкой кинетическая энергия бруска:

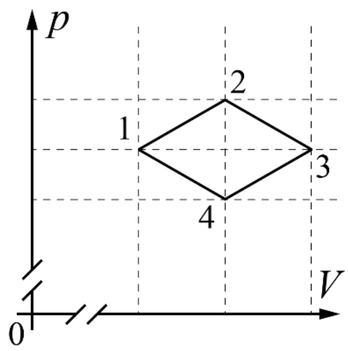
$$E_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{m\upsilon_0^2}{2} - \mu mgL\right).$$ **(2 балла)**

Данная энергия потратится на работу против силы трения при возвращении в исходную точку (при минимальной υ_0).

$$\frac{1}{2}\left(\frac{m\upsilon_0^2}{2} - \mu mgL\right) - \mu mgL = 0.$$ **(2 балла)**

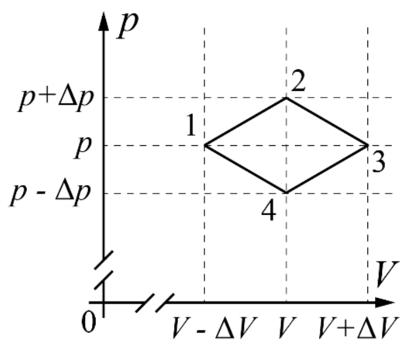
Откуда $\upsilon_0 = \sqrt{6\mu gL}$ = 3 м/с. **(2 балла)**

Задача 3. Ромб. Найдите отношение изменений внутренней энергии идеального одноатомного газа $\Delta U_{12}/\Delta U_{34}$ на участках 12 и 34 в ходе циклического процесса, который на pV диаграмме имеет вид ромба с диагоналями параллельными координатным осям (см. рис.).



Возможное решение.

Обозначим давление и объём в центре ромба за p и V. Максимальные отклонения давления и объёма от p и V в цикле обозначим за Δp и ΔV (см. рис.). **(1 балл)**



Внутренняя энергия идеального одноатомного газа определяется как $U = \frac{3}{2}\nu RT$. **(2 балла)**

Так же, в любом равновесном состоянии верно уравнение Менделеева-Клапейрона:

$pV = \nu RT$. **(2 балла)**

Запишем изменение внутренней энергии в процессе 12:

$$\Delta U_{12} = \left(\frac{3}{2}\nu RT_2 - \frac{3}{2}\nu RT_1\right) = \frac{3}{2}\left(p+\Delta p\right)V - \frac{3}{2}(V-\Delta V)p = \frac{3}{2}(p\Delta V + V\Delta p)$$ **.(2 балла)**

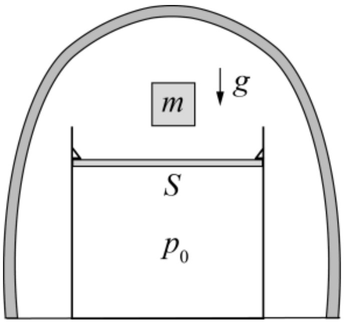
Запишем изменение внутренней энергии в процессе 34:

$$\Delta U_{34} = \left(\frac{3}{2}\nu RT_4 - \frac{3}{2}\nu RT_3\right) = \frac{3}{2}(p-\Delta p)V - \frac{3}{2}(V+\Delta V)p = -\frac{3}{2}(p\Delta V + V\Delta p)$$ **(2 балла)**

Отношение $\frac{\Delta U_{12}}{\Delta U_{34}} = -1$ **(1 балл)**

Отметим, что последний балл ставится только при правильном знаке!

Задача 4. Груз на поршне. На горизонтальном столе стоит теплоизолированный цилиндр с лёгким поршнем площадью S, под которым находится идеальный одноатомный газ, давление которого равно p_0 (см. рис.). Упоры на стенках цилиндра ограничивают движение поршня вверх. На поршень ставят и отпускают гирю массы m ($m = 2p_0S/g$). Во сколько раз уменьшится объем газа после того, как система придёт в равновесие?



Считайте, что цилиндр и гиря находятся под колоколом, из-под которого откачан воздух.

Возможное решение.

Уравнение состояния идеального газа в начальном состоянии:

$p_0V_0 = \upsilon RT_0$ **(1 балл)**

Его внутренняя энергия

$U_0 = \frac{3}{2}\upsilon RT_0 = \frac{3}{2}p_0SH$, где H - начальная высота поршня. **(1 балл)**

В конечном состоянии давление газа находим из условия механического равновесия

$p = \frac{mg}{S} = 2p_0$. **(1 балл)**

Объём газа уменьшился до $V_1 = Sh$ за счёт перемещения груза до высоты h. Уравнение состояния будет:

$2p_0Sh = \upsilon RT_1$. **(1 балл)**

Его внутренняя энергия

$U_1 = \frac{3}{2}\upsilon RT_1 = \frac{3}{2}2p_0Sh$. **(1 балл)**

Так как сосуд теплоизолирован, то закон сохранения энергии запишем так:

$U_0 + mgH = U_1 + mgh$. **(2 балла)**

Подставляем выражения для внутренней энергии и массы груза:

$\frac{3}{2}p_0HS + 2p_0SH = \frac{3}{2}2p_0Sh + 2p_0Sh$. **(1 балл)**

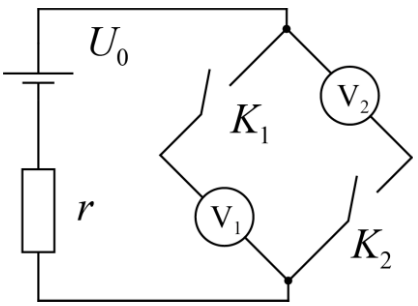
Откуда $\frac{H}{h} = \frac{10}{7}$, **(1 балл)**

а отношение объемов $\frac{V_1}{V_0} = \frac{h}{H} = \frac{7}{10}$. **(1 балл)**

Последний балл нужно ставить за любое верное соотношение между V_1 и V_0!

Примечание: уравнение адиабаты для процесса сжатия газа применять нельзя, так как процесс сжатия не является равновесным.

Задача 5. Тестируем вольтметры. Электрическая цепь состоит из источника напряжения $U_0 = 12$ В, резистора с неизвестным сопротивлением r, вольтметров V_1 и V_2 и ключей K_1 и K_2 (см. рисунок). Если замкнут только ключ K_1, то показание одного из вольтметров равно $U_1 = 6{,}0$ В. Если замкнут только ключ K_2, то показание одного из вольтметров равно $U_2 = 8{,}0$ В. Найдите сумму показаний вольтметров при одновременно замкнутых ключах K_1 и K_2.



Возможное решение.

Введём обозначения: R_1 и R_2 – внутренние сопротивления вольтметров V_1 и V_2 соответственно. При замыкании ключа K_1 через вольтметр V_1 потечёт ток

$$I_1 = \frac{U_0}{r + R_1}.$$ **(1 балл)**

Следовательно, его показание будет равно $U_1 = I_1 R_1 = \frac{R_1}{r + R_1} U_0$. **(1 балл)**

откуда $R_1 = \frac{U_1}{U_0 - U_1} r = r$ **(1 балл)**

Через вольтметр V_2 ток при этом не течёт.

При замыкании ключа K_2 через вольтметр V_2 потечёт ток $I_2 = \frac{U_0}{r + R_2}$ **(1 балл)**

Следовательно, его показание будет равно $U_2 = I_2 R_2 = \frac{R_2}{r + R_2} U_0,$ **(1 балл)**

откуда $R_2 = \frac{U_2}{U_0 - U_2} r = 2r$. **(1 балл)**

Через вольтметр V_1 ток при этом не течёт.

Если замкнуть одновременно ключи K_1 и K_2, то суммарный ток через вольтметры будет

$$I = \frac{U_0}{r + R},$$

где $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2}{3} r$. **(2 балла)**

При этом показания каждого из вольтметров окажутся равными $U = IR = \frac{R}{r + R} U_0 = \frac{2}{5} U_0 = 4{,}8$ В. **(1 балл)**

Таким образом, сумма показаний вольтметров при одновременном замыкании ключей K_1 и K_2: $\Sigma = 2U = 9{,}6$ В. **(1 балл)**